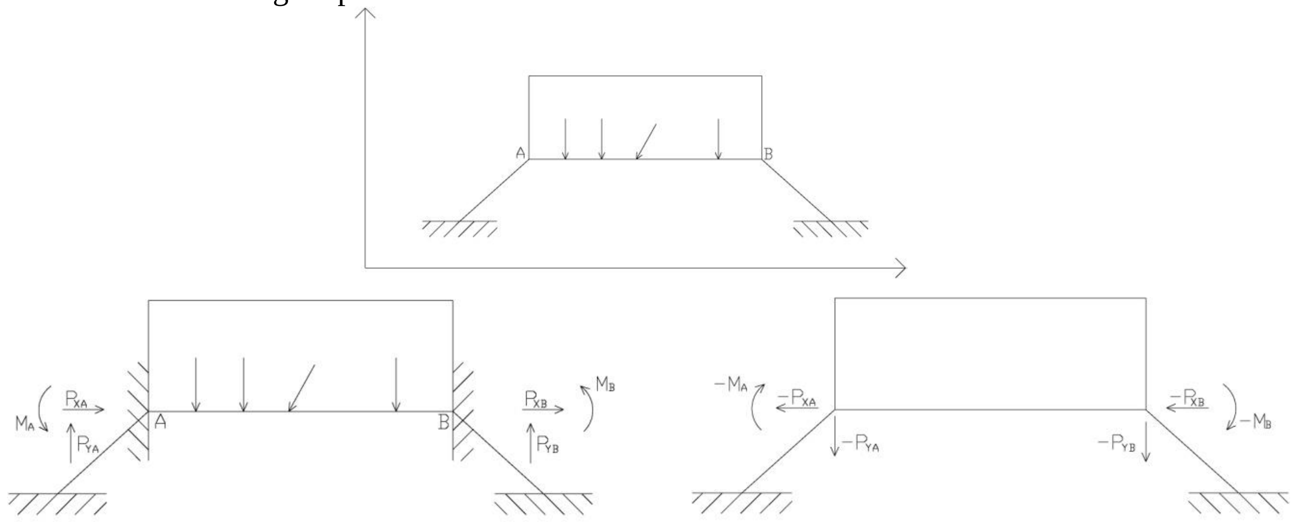
Hipótesis de partida:

- Linealidad: las tensiones y deformaciones son funciones lineales de las cargas. Esto supone necesariamente que las deformaciones de la estructura son pequeñas.
- Principio de superposición.
- Solo se consideran cargas aplicadas solo en nudos:

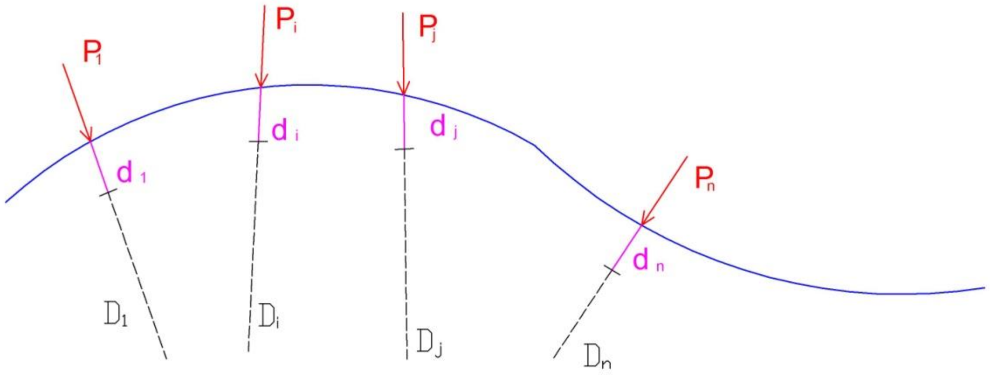


ESTADO DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO
ESTADO I

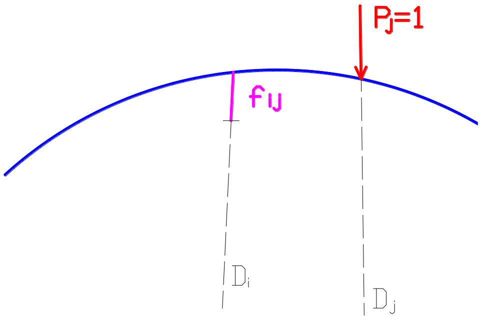
ESTADO CON ESFUERZOS
ESTADO II

Matrices de flexibilidad y rigidez

Consideremos una estructura cualquiera, sometida a un sistema de cargas P_i, en los puntos π_i, según las direcciones D_i, teniendo unos corrimientos de módulo d_i en dichas direcciones:



Se llama f_{ij} al módulo del corrimiento del punto i en la dirección Di cuando se aplica la carga unidad en el punto j y dirección j.



Aplicando el principio de superposición se deduce:

$$d_i = \sum_{j=1}^{n} f_{ij} P_j \quad : \quad d_i = f_{ij} P_j \quad : \quad \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1N} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N1} & f_{N2} & \cdots & f_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{pmatrix} \quad : \quad \mathbf{d} = \mathbf{FP}$$

F: matriz de flexibilidad, siempre cuadrada y simétrica (Teorema de reciprocidad).
En el caso de que F sea no singular, se puede hallar la matriz F^{-1} que se llamará, matriz K o matriz de rigidez (si existe es también simétrica).

$$\mathbf{d} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{P} \qquad \mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{d} \qquad \mathbf{P} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{d}$$

Cuando se consideren conjuntamente en una estructura, cargas exteriores y reacciones, K será singular $|\mathbf{K}| = 0$, ya que cargas exteriores y reacciones, estarán relacionadas linealmente por las ecuaciones de equilibrio: $\sum F_x = 0, \ \sum F_y = 0, \ \sum M = 0.$

Cuando la estructura tenga un apoyo elástico, F será singular $|\mathbf{F}| = 0$; ya que, existirán movimientos condicionados entre los nudos, y la matriz **d** tendrá alguna fila combinación lineal de otras.

Expresión general de los vectores P y d:

$$P: \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad d: \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix}$$

Método de equilibrio

Se determinan los movimientos de los nudos, por lo que también se le conoce como *método de los movimientos*. Se siguen los siguientes pasos:

1.- Se establecen las ecuaciones que relacionan esfuerzos (E_b) y movimientos (V_b) en extremos de barra:

$$E_b = f\ (V_b)$$

2.- Se relacionan los movimientos de los extremos de las barras (V_b) con los movimientos (V_n) de los nudos correspondientes.

$$V_b = F\ (V_N)$$

3.- De los dos pasos anteriores se obtiene:

$$E_b = \psi\ (V_N)$$

4.- Se determinan las ecuaciones de los esfuerzos en los extremos de la barra (E_b) en función de las cargas exteriores en los nudos (P_N) que son conocidas.

$$E_b = Ø\ (P_N)$$

5.- Obteniéndose finalmente el movimiento de los nudos V_N, en función de las cargas aplicadas en los nudos P_N:

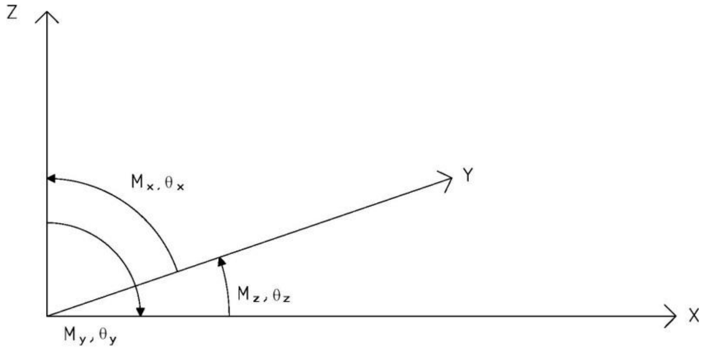
$$V_N = Ø\ (P_N)$$

Vector carga y vector movimiento

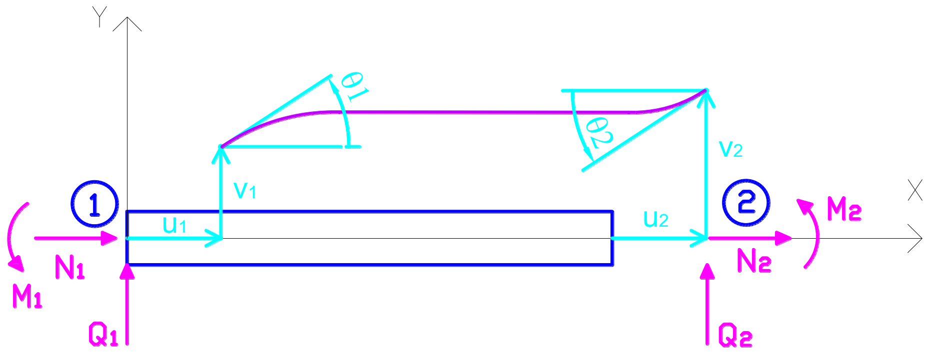
Estructura espacial: $P_i = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}_i \qquad d_i = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix}_i$

Estructura plana: $P_i = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{pmatrix}_i \qquad d_i = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix}_i$

Momentos y giros positivos: los que en el sistema de coordenadas XYZ sigan el sentido dextrógiro,



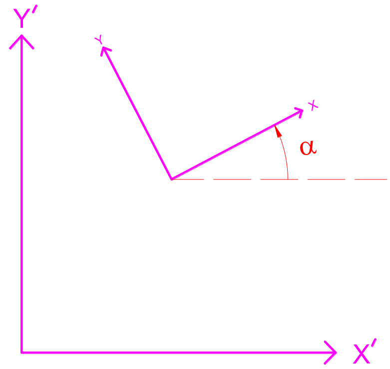
Fuerzas y desplazamientos: el sentido positivo coincidirá con el sentido positivo de los ejes.



Sistemas de referencia local y global

Cambio de sistema de referencia: del sistema de referencia local de cada barra al sistema de referencia global de la estructura:

En el sistema de referencia local, la terna de valores (u_i , v_i , θ_i) corresponde a las componentes de un vector.



Matriz de cambio de base:

por filas las componentes de los versores de la nueva base en la antigua.

$$C = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\alpha & 0 \\ sen\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{siendo } C^{-1} = C^{T}$$

Relación de cambio de base para vectores:

$$\hat{e}_1' = \cos\alpha\,\hat{e}_1 - sen\alpha\,\hat{e}_2 \qquad C = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\alpha \\ sen\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$
$$\hat{e}_2' = sen\alpha\,\hat{e}_1 + \cos\alpha\,\hat{e}_2$$

Dado un vector genérico:

$$\vec{v} = v_1\hat{e}_1 + v_2\hat{e}_2 = v_1'\hat{e}_1' + v_2'\hat{e}_2' =$$
$$= v_1'\left(\cos\alpha\,\hat{e}_1 - sen\alpha\,\hat{e}_2\right) + v_2'\left(sen\alpha\,\hat{e}_1 + \cos\alpha\,\hat{e}_2\right) = \left(v_1'\cos\alpha + v_2' sen\alpha\right)\hat{e}_1 + \left(v_1'\left(-sen\alpha\right) + v_2'\cos\alpha\right)\hat{e}_2$$
$$v_1 = v_1'\cos\alpha + v_2' sen\alpha$$
$$v_2 = v_1'\left(-sen\alpha\right) + v_2'\cos\alpha$$

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & sen\alpha \\ -sen\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & sen\alpha \\ -sen\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\alpha \\ sen\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Relación de cambio de base para matrices de rigidez:

En el sistema local: $E = Kd$

En el sistema global: $E' = K'd'$

$$E' = CE = K'd' = K'Cd$$

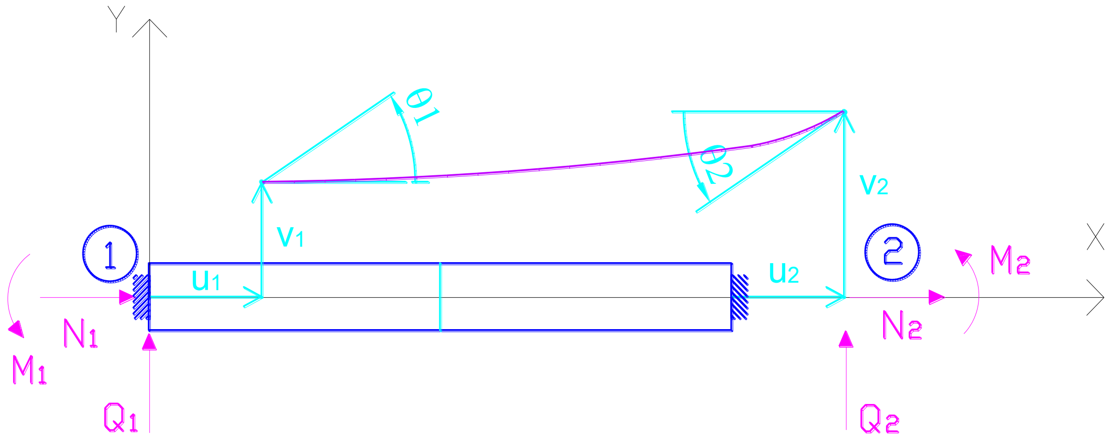
$$C^T CE = C^T K'Cd$$

$$\underbrace{C^T C}_{I} E = \underbrace{C^T K'C}_{K} d \Rightarrow K = C^T K'C \;:$$

$$\boxed{K' = CKC^T}$$

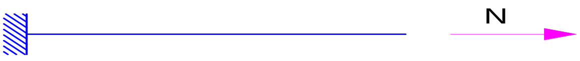
MATRIZ DE RIGIDEZ DE UNA BARRA AISLADA PERTENECIENTE A UNA ESTRUCTURA RETICULADA PLANA.

Criterio de signos de esfuerzos y movimientos de extremos de barra:

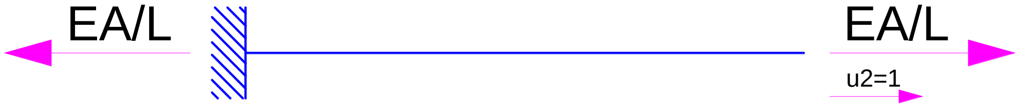


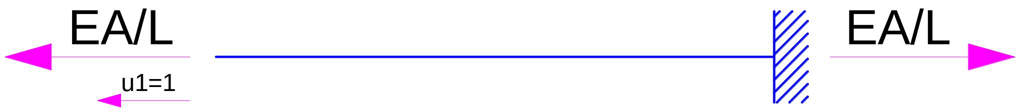
Relacionamos movimientos y esfuerzos en extremos de barra:

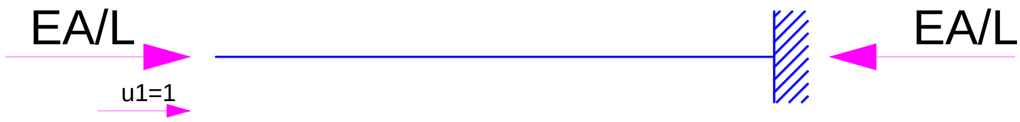
Esfuerzos axiles:



$$\sigma = \frac{N}{A}; \varepsilon = \frac{N}{EA}; \quad \vec{u} = \Delta L = \frac{NL}{EA}$$

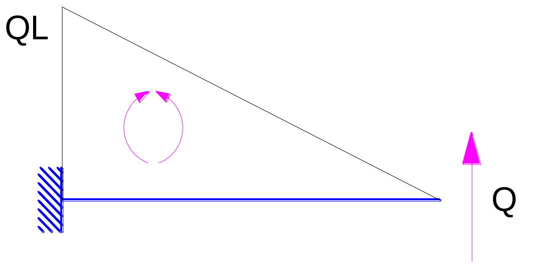






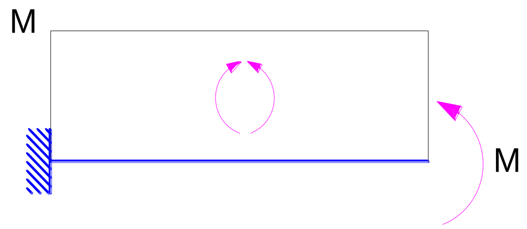
$$\begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 \\ \mathrm{Q}_1 \\ \mathrm{M}_1 \\ \mathrm{N}_2 \\ \mathrm{Q}_2 \\ \mathrm{M}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{u}_1 \\ \mathrm{v}_1 \\ \theta_1 \\ \mathrm{u}_2 \\ \mathrm{v}_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

Cortantes y Momentos:



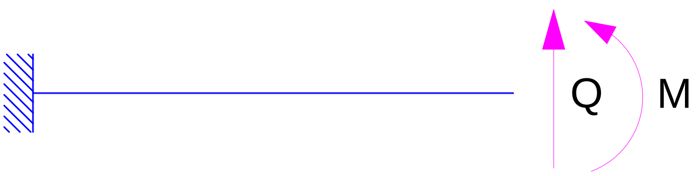
$$v^{\uparrow} = \frac{1}{EI}\left(\tfrac{1}{2}LQL\right)\frac{2}{3}L = \frac{QL^3}{3EI}$$

$$\theta = \frac{1}{EI}\tfrac{1}{2}LQL = \frac{QL^2}{2EI}$$



$$v^{\uparrow} = \frac{1}{EI}ML\frac{L}{2} = \frac{ML^2}{2EI} =$$

$$\theta = \frac{1}{EI}ML = \frac{ML}{EI}$$



$$v^{\uparrow} = \frac{QL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI}$$

$$\theta = \frac{QL^2}{2EI} + \frac{ML}{EI}$$

$$2EIv^{\uparrow} = \frac{2QL^3}{3} + ML^2 : \quad ML^2 = 2EIv^{\uparrow} - \frac{2QL^3}{3}$$

$$EI\theta = \frac{QL^2}{2} + ML : \qquad ML^2 = EIL\theta - \frac{QL^3}{2}$$

$$2EIv^{\uparrow} - \frac{2QL^3}{3} = EIL\theta - \frac{QL^3}{2}$$

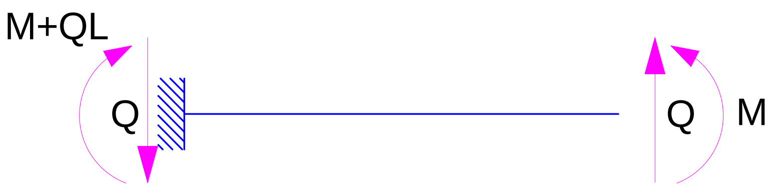
$$\frac{2QL^3}{3} - \frac{QL^3}{2} = \frac{QL^3}{6} = -EIL\theta + 2EIv^{\uparrow}$$

$$Q = -\frac{6EI}{L^2}\theta + \frac{12EI}{L^3}v^{\uparrow}$$

$$ML^2 = EIL\theta - \frac{QL^3}{2} :$$

$$M = \frac{EI\theta}{L} - \frac{QL}{2} = \frac{EI\theta}{L} - \frac{L}{2}\left(-\frac{6EIL}{L^3}\theta + \frac{12EI}{L^3}v^{\uparrow}\right)$$

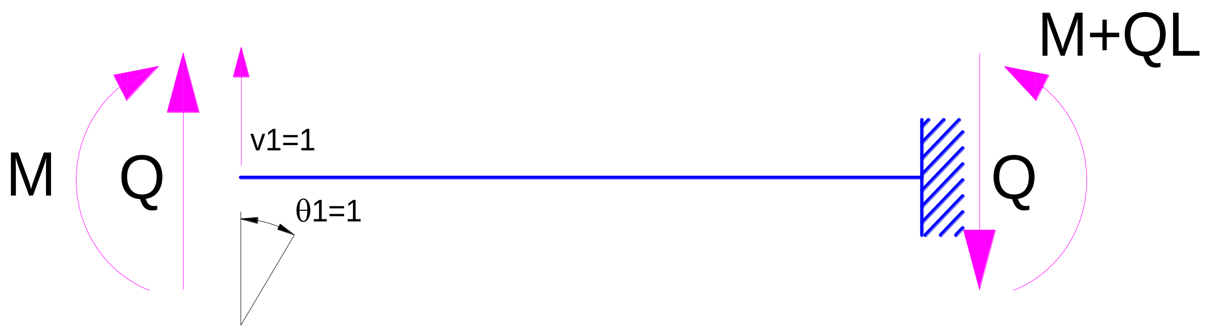
$$M = \frac{4EI}{L}\theta - \frac{6EI}{L^2}v^{\uparrow}$$



$$M + QL = \frac{4EI}{L}\theta - \frac{6EI}{L^2}v^{\uparrow} - \frac{6EI}{L}\theta + \frac{12EI}{L^2}v^{\uparrow} = -\frac{2EI}{L}\theta + \frac{6EI}{L^2}v^{\uparrow}$$

Se han relacionado los esfuerzos en los extremos de la barra con los movimientos en el extremo 2.

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ Q_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$



$$Q = -\frac{6EI}{L^2}\theta + \frac{12\mathrm{EI}}{L^3}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

$$M = \frac{4EI}{L}\theta - \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

$$M + QL = -\frac{2EI}{L}\theta + \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

Movimientos del extremo 1: cambiarán de signo de los coeficientes del giro.

$$Q = \frac{6EI}{L^2}\theta + \frac{12\mathrm{EI}}{L^3}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

$$M = -\frac{4EI}{L}\theta - \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

$$M + QL = \frac{2EI}{L}\theta + \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

Volveremos a cambiar el signo del esfuerzo M en extremo 1:

$$Q = \frac{6EI}{L^2}\theta + \frac{12\mathrm{EI}}{L^3}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

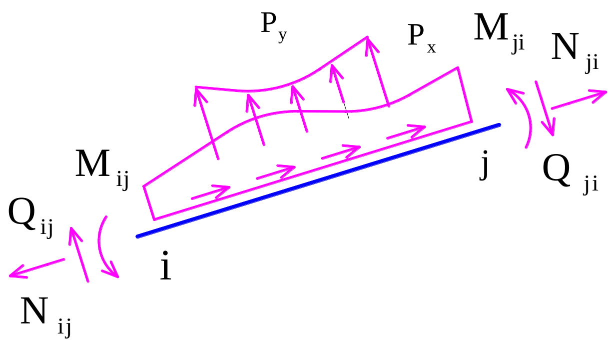
$$M = \frac{4EI}{L}\theta + \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

$$M + QL = \frac{2EI}{L}\theta + \frac{6\mathrm{EI}}{L^2}\mathrm{v}^{\uparrow}$$

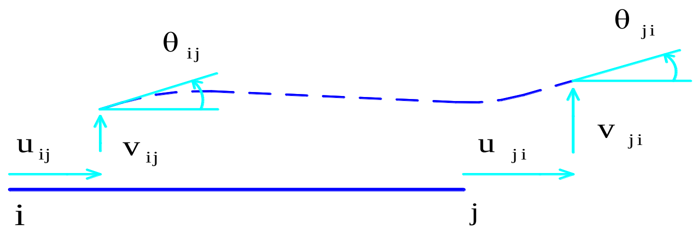
$$\begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 \\ \mathrm{Q}_1 \\ \mathrm{M}_1 \\ \mathrm{N}_2 \\ \mathrm{Q}_2 \\ \mathrm{M}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{u}_1 \\ \mathrm{v}_1 \\ \theta_1 \\ \mathrm{u}_2 \\ \mathrm{v}_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{K}=\begin{pmatrix} \mathrm{K}_{11} & \mathrm{K}_{12} \\ \mathrm{K}_{21} & \mathrm{K}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathrm{K}_{11} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \mathrm{K}_{22} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \mathrm{K}_{12} = \mathrm{K}_{21}{}^{T} = \begin{pmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{pmatrix}$$

Criterio de signos en M. Pendiente Deformación:

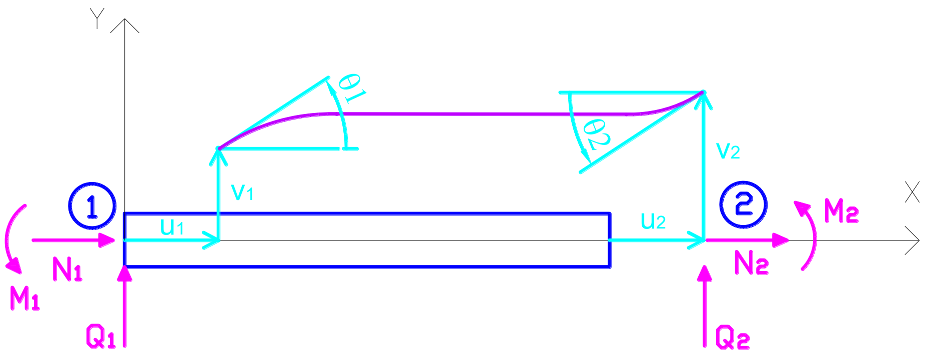


$$\Delta l_{ij} = u_j - u_i$$
$$\delta_{ij} = v_j - v_i$$
$$\theta_{ij} = \theta_i$$
$$\theta_{ji} = \theta_j$$



$$N_{ij} = N_{ij}^0 + \frac{EA}{L}\Delta l_{ij}$$
$$N_{ji} = N_{ji}^0 + \frac{EA}{L}\Delta l_{ij}$$
$$M_{ij} = M_{ij}^0 + \frac{4EI}{L}\theta_{ij} + \frac{2EI}{L}\theta_{ji} - \frac{6EI}{L^2}\delta_{ij}$$
$$M_{ji} = M_{ji}^0 + \frac{2EI}{L}\theta_{ij} + \frac{4EI}{L}\theta_{ji} - \frac{6EI}{L^2}\delta_{ij}$$
$$Q_{ij} = Q_{ij}^0 + \frac{6EI}{L^2}\left(\theta_{ij} + \theta_{ji}\right) - \frac{12EI}{L^3}\delta_{ij}$$
$$Q_{ji} = Q_{ji}^0 + \frac{6EI}{L^2}\left(\theta_{ij} + \theta_{ji}\right) - \frac{12EI}{L^3}\delta_{ij}$$

Criterio de signos en Análisis Matricial:



$$-N_1 = \frac{EA}{L}\left(u_2 - u_1\right)$$
$$N_2 = \frac{EA}{L}\left(u_2 - u_1\right)$$
$$M_1 = \frac{4EI}{L}\theta_1 + \frac{2EI}{L}\theta_2 - \frac{6EI}{L^2}\left(v_2 - v_1\right)$$
$$M_2 = \frac{2EI}{L}\theta_1 + \frac{4EI}{L}\theta_2 - \frac{6EI}{L^2}\left(v_2 - v_1\right)$$
$$Q_1 = \frac{6EI}{L^2}\left(\theta_1 + \theta_2\right) - \frac{12EI}{L^3}\left(v_2 - v_1\right)$$
$$-Q_2 = \frac{6EI}{L^2}\left(\theta_1 + \theta_2\right) - \frac{12EI}{L^3}\left(v_2 - v_1\right)$$

Matriz de rigidez

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ Q_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ Q_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

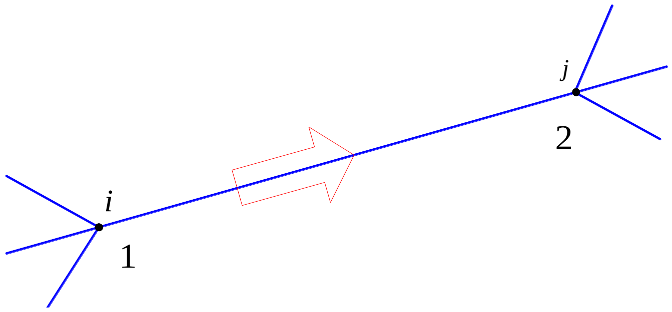
Matriz de rigidez de una estructura: relaciona los movimientos y las cargas en los nudos de la estructura

$$P_N = K_E d_N$$

Por no estar incluidas entre las cargas las reacciones de apoyo, la matriz será regular,

$$|K_E| \neq 0 \Rightarrow d_N = K_E^{-1} P_N$$

Formación de la matriz de rigidez de la estructura:



Esfuerzos y movimientos de los extremos de la barra verifican las relaciones:

$$P'_{1b} = K'_{11b} d'_{1b} + K'_{12b} d'_{2b}$$

$$P'_{2b} = K'_{21b} d'_{1b} + K'_{22b} d'_{2b}$$

Ecuaciones de compatibilidad en los nudos:

$$d'_{1b} = d'_i$$

$$d'_{2b} = d'_j$$

Sustituyendo

$$P'_{1b} = K'_{11b} d'_i + K'_{12b} d'_j$$

$$P'_{2b} = K'_{21b} d'_i + K'_{22b} d'_j$$

Ecuaciones de equilibrio de los nudos extremos de la barra:

$P'_i = P'_{1b} + \Sigma P'_i$ $\Sigma P'_i$: colaboración de las barras diferentes de la barra b en el nudo i.

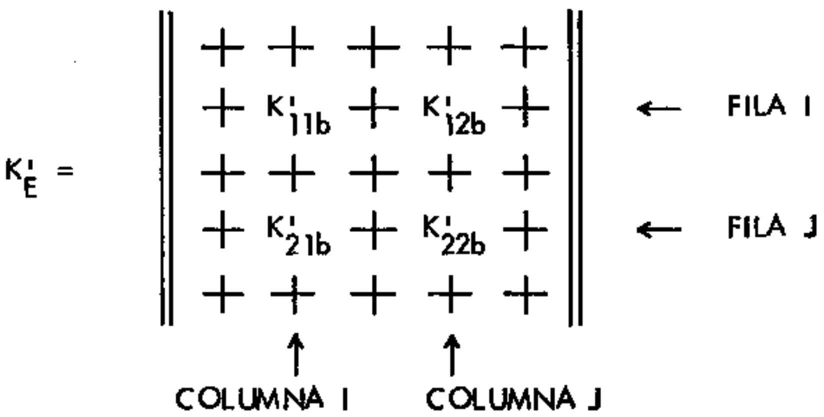
$P'_j = P'_{2b} + \Sigma P'_j$ $\Sigma P'_j$: colaboración de las barras diferentes de la barra b en el nudo j.

Sustituyendo

$$P'_i = K'_{11b} d'_i + K'_{12b} d'_j + \Sigma P'_i$$

$$P'_j = K'_{21b} d'_j + K'_{22b} d'_j + \Sigma P'_j$$

Comprobamos el lugar que ocupan las rigideces K'_{11b}, K'_{12b}, K'_{21b} y K'_{22b} en la matriz K'_E de la estructura:



Se deducen las siguientes reglas para la formación de la matriz de rigidez de la estructura K'_E:

Diagonal principal:

Cualquier término ii de la diagonal principal será igual a la suma de las rigideces K'_{11b} o K'_{22b} de las barras que coinciden en un nudo.

La rigidez, que aporta a esta suma, cada barra, será K'_{11b} o K'_{22b}, dependiendo del sentido de recorrido de cada barra.

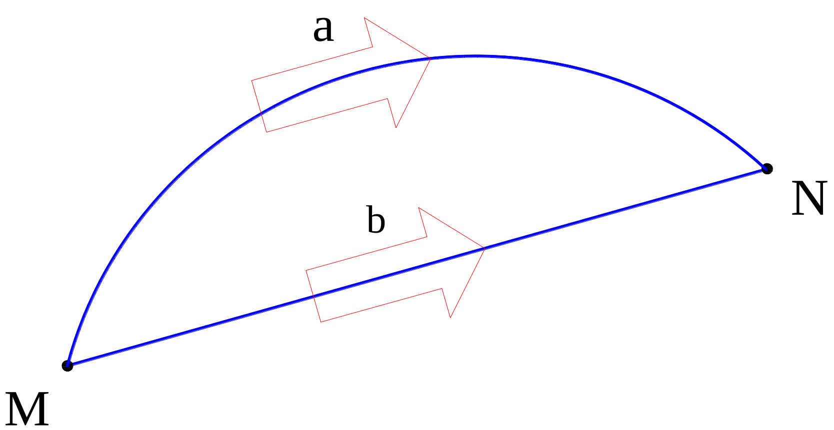
Así, será K'_{11b}, cuando el nudo que estemos estudiando, coincida con el extremo 1 del recorrido de 1 a 2.

Será K'_{22b}, cuando el nudo coincida con el extremo 2 del recorrido de 1 a 2.

Elementos que no son de la diagonal principal:

Cualquier término ij, fuera de la diagonal principal será igual a la rigidez K'_{12b}, de la barra que une los dos nudos correspondientes a las filas o columnas i y j.

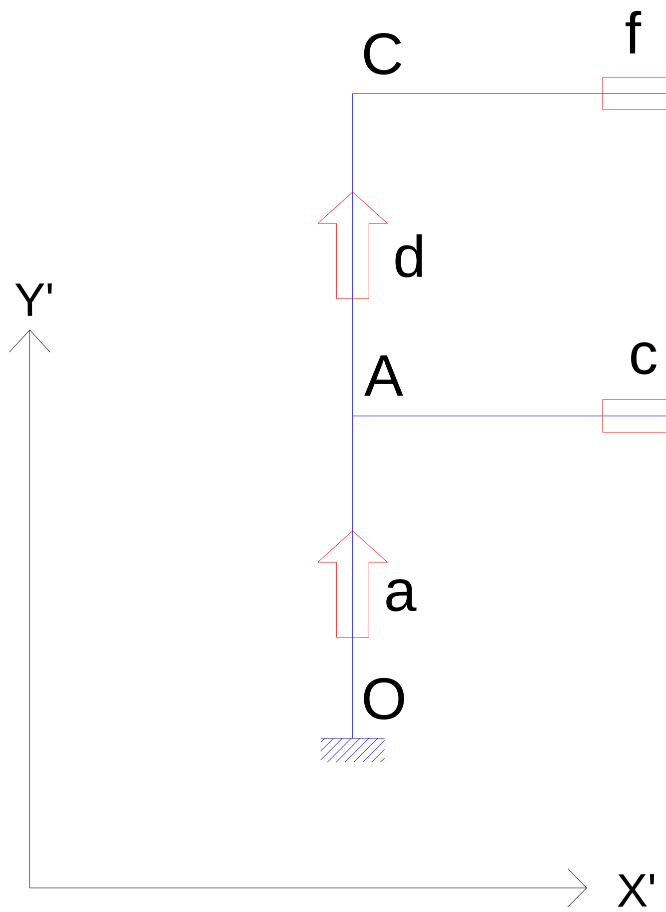
Si existe, más de una barra uniendo a estos dos nudos, por ejemplo:



El término, de fuera de la diagonal principal, se obtendrá de la suma: $(K'_{12b} + K'_{12a})$

Si no existiera barra de unión entre los nudos que corresponden a las filas i y j, entonces ese término sería la matriz nula Ω.

EJEMPLO: Formar la matriz de rigidez de la estructura reticulada plana, representada en esta figura:



Se sustituyen las fuerzas no aplicadas en nudos, por su acción equivalente, sobre los mismos:
Se numerarán todos los nudos de posible movimiento. Los nudos empotrados se numerarán con el 0: Nudos 0.
Se asignará a cada barra una letra minúscula y un sentido positivo de avance, del extremo dorsal al extremo frontal. Los nudos 0 serán siempre extremo dorsal.
Se establece un sistema de referencia global.
Al existir cuatro nudos con posibles movimientos la matriz $K_E^{'}$ será de 4x4:

$$K_E^{'} = \begin{pmatrix} (K_{22a}^{'} + K_{11d}^{'} + K_{11c}^{'}) & K_{12c}^{'} & K_{12d}^{'} & \Omega \\ K_{21c}^{'} & (K_{22b}^{'} + K_{22c}^{'} + K_{11e}^{'}) & \Omega & K_{12e}^{'} \\ K_{21d}^{'} & \Omega & (K_{22d}^{'} + K_{11f}^{'}) & K_{12f}^{'} \\ \Omega & K_{21e}^{'} & K_{21f}^{'} & (K_{22e}^{'} + K_{22f}^{'}) \end{pmatrix}$$

Por ser una estructura reticulada plana las matrices K’ y Ω serán de orden 3x3.